دوفصلنامه علمی – پژوهشی جستارهای اقتصادی، سال چهارم، شماره هفتم، بهار و تابستان ۱۳۸۶

توسعه روش برآورد ماتریس نتیجه در بازی‌های چند هدفه غیر مشارکتی، مبتنی بر احتمال و امکان[1]

دکتر سهراب خانمحمدی*

دکتر جواد جاسبی**

علیرضا پورابراهیمی***

چکیده

مدلهای موجود تصمیم‌گیری در شرایط تعارض یا نظریه بازی اغلب مبنای محاسبات و حل مدل را اطلاعات مربوط به ارزش مورد انتظار استراتژی‌ها قرار می‌دهند. این مدلها توجه کافی به احتمال انتخاب و امکان اجرای استراتژی توسط رقیب و تصمیم‌گیر ندارند. در این مقاله مدلی برای حل بازی چندهدفه با مجموع صفر و بدون تبادل اطلاعات ارایه و شیوه‌ای برای اخذ اطلاعات لازم برای حل آن از تصمیم‌گیر یا متخصصان بیان می‌شود.

---

[1] - تاریخ دریافت: ۸۵/۶/۲۰ ؛ تاریخ تأیید ۸۵/۱۰/۲۳ .

* استاد دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران؛ khan@tabrizu.ac.ir .

** استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران؛ jassbi@iaucss.org .

*** دانشجوی دکتری مدیریت صنعتی، دانشگاه آزاد اسلامی تهران. Poorebrahimi@gmail.com .

در مدل ارائه شده اطلاعات لازم با یک طیف هفت‌گزینه‌ای از تصمیم‌گیر سؤال و جمع‌آوری می‌شود. این اطلاعات مربوط به ارزش هریک از استراتژی‌ها در مقابل انتخابهای رقیب، احتمال انتخاب و امکان اجرای استراتژی‌ها است. پس از جمع‌آوری اطلاعات هریک از مؤلفه‌های ذکر شده، بر ارزش مورد انتظار بازی‌ها تأثیر داده می‌شوند و پس از اعمال این تأثیر، مدل با استفاده از یک برنامه خطی حل و استراتژی بهینه یا ترکیب بهینه استراتژی‌ها تعیین می‌شود.

واژگان کلیدی: تصمیم‌گیری، نظریه بازی، بازی همزمان چند هدفه، احتمال و امکان.

طبقه‌بندی JEL :
C72

مقدمه

تصمیم‌گیری در شرایط مختلفی انجام می‌شود. بسیاری از مواقع یک تصمیم در شرایط تعارض گرفته می‌شود. مدلی که برای این شرایط استفاده می‌شود مدل بازی است. نظریه بازی به‌عنوان یک ابزار تحلیلی قدرتمند برای حل مشکلات مربوط به تصمیم‌گیری سازمانها یا سیستمهای رقابتی کاربردهای مختلفی دارد. به‌عنوان مثال هنگامی که یک رویکرد نظری به بازی به‌عنوان راه‌حلی برای یک مسئله تصمیم‌گیری می‌نگرد، بررسی اینکه کدامیک از مفاهیم و روشهای محاسباتی منطبق با آن است و باید استفاده شود، اهمیت زیاد دارد و برای به اجرا درآوردن نتایج بررسی ضروری است.

در تصمیم‌گیری در شرایط تعارض، تعامل اطلاعات میان تصمیم‌گیر و رقبا باعث می‌شود که تصمیم‌گیر افزون بر اهداف و متغیرهای تصمیم‌گیری نسبت به استراتژی‌های رقیب نیز حساس و از آن تأثیرپذیر باشد.

از سوی دیگر در اغلب فعالیتها و تصمیم‌گیری‌های روزمره همواره با نوعی عدم اطمینان مواجه هستیم. عدم اطمینان را می‌توان به‌عنوان فقدان اطلاعات کافی برای تصمیم‌گیری تعریف کرد. عدم اطمینان یکی از مشکلات تصمیم‌گیری است؛ زیرا می‌تواند مانع از اخذ تصمیم بهینه یا حتی موجب اخذ تصمیم نامناسب شود. در این شرایط، اغلب اطلاعات و برآوردهای ما از رقیب و استراتژی‌های او دقیق نیست و احتمالی است.

بنابراین، مقاله به‌دنبال ارائه مدلی است که اطلاعات لازم را به‌نحو مناسب از تصمیم‌گیر اخذ کرده و با انجام محاسبات لازم پاسخ مناسب را ارائه نماید. یک بازی همزمان شامل ماتریس سود واستراتژی‌های بازی است که باید اطلاعات آن توسط تصمیم‌گیرتکمیل گردد. سپس اطلاعات مربوط به امکان اجرا و احتمال انتخاب

استراتژی‌ها نیز از وی اخذ می‌شود، پس از تکمیل اطلاعات مورد نیاز مدل با روش عمومی ماکسیمین وبا استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی خطی مدل حل می‌شود.

نظریه بازی به‌عنوان یک ابزار تحلیلی قدرتمند برای حل مشکلات مربوط به تصمیم‌گیری سازمانها یا سیستمهای رقابتی به‌کار می‌رود. به‌عنوان مثال هنگامی که رویکرد نظریه بازی به عنوان راه‌حلی برای مشکلات مربوط به تصمیم‌گیری به‌کار می‌رود، بررسی اینکه کدامیک از مفاهیم و روشهای محاسباتی منطبق با آن باید مورد استفاده قرار گیرد، حائز اهمیت بوده و برای به اجرا درآوردن نتایج بررسی ضروری است.

اگر پارامترها و مدلهای ریاضی برای حل مشکلات مربوط به تصمیم‌گیری بدون توجه به عدم قطعیتی که احتمالاً در سیستمهای رقابتی روی خواهد داد تعیین شوند، نتایج تحلیل و حل مشکلات مربوط به تصمیم‌گیری همواره برای مشکلات واقعی مناسب نخواهد بود. بنابراین با توجه به عدم قطعیت و بی دقتی در اطلاعات مربوط به مشکلات تصمیم‌گیری در سیستم های رقابتی و ابهام در نظرات و احکام، مدل ریاضی مبتنی بر احتمال و امکان ارائه شده است.

از آنجا که در بازی‌های بدون تبادل اطلاعات و مشارکت، تصمیم‌گیر باید ارزش استراتژی‌های بازی را با حدس هوشمندانه و اطلاعات آماری برآورد، تعیین نماید، از این‌رو در این مدل از تصمیم‌گیر خواسته می‌شود احتمال انجام استراتژی‌ها توسط رقیب را نیز برآورد کند. افزون بر این با توجه به تأثیر شرایط وامکانات در اجرای استراتژی‌ها این عامل هم در مدل در نظر گرفته می‌شود.

منظور از امکان در اجرای استراتژی‌ها این است که آیا به‌لحاظ شرایط محیطی ومحدودیتهای فیزیکی، سیستمی و... تصمیم‌گیر و رقیب، امکان اجرای استراتژی وجود دارد یا خیر؟ و در صورت وجود امکان اجرا، میزان آن چقدر است؟ لازم به ذکر است که این فرض عقلایی در نظر گرفته شده که تناظر یک به یک میان امکان اجرا با ترکیب استراتژی‌ها وجود دارد. داده‌های مربوط به این عامل نیز مشابه موارد قبلی گردآوری و در مدل تأثیر داده می‌شود. نکته قابل ذکر تفاوت امکان اجرا با

احتمال انتخاب است. همان‌طورکه گفته شد احتمـال اجـرا براسـاس الگـوی رفتـاری و سوابق آماری تعیین می‌شود و مجموع احتمال استراتژی‌ها برابر یک است. درحالی‌که امکان اجرا براساس امکانات و شرایط محیطی تعیین می‌شود و مجموع آن برابـر یـک نیست.

روشهای مختلفی در ادبیات موضوع برای حل مسائل بـازی مطـرح اسـت. در ایـن مقاله با استفاده از روش عمومی «ماکس - مین[1]» یـک مـدل برنامـه خطـی بـرای حـل مسئله بازی ارائه می‌شود. از این رو در ایـن مـدل نخسـت شـیوه‌ای بـرای گـردآوری اطلاعات به‌منظور تطبیق بیشتر بـا واقعیـت ارائـه شـده و از سـوی دیگـر بـا افـزودن مفاهیم امکان و احتمال به مدل شیوه جدیدی برای حل بازی ارائه می‌شود.

شـرایط تعـارض شـرایطی اسـت کـه درواقـع بـا وضـعیت جـاری سـازمانها وتصمیم‌گیران سازمانی انطباق دارد و در صورت یافتن مدل مناسبی کـه تـصمیم‌گیـر آن را در این شرایط یاری نمایـد، قطعـاً چـه بـه‌لحـاظ نظریـه‌پـردازی و چـه از جنبـه کاربردی دارای اهمیت است؛ زیرا بسیاری از سازمانها باید بتوانند به‌سـرعت تـصمیم بگیرند و این بدان معنی است که به‌صورت لحظه‌ای بـا محـیط و رقبـا تعامـل کـرده و واکنش مناسب را نشان دهند. سازمان باید بتواند براساس این رویـه بـا بـه‌کـارگیری تجربیات گذشته و حدس هوشمندانه تصمیمات خود را اتخاذ نماید.

بنابراین در این مقاله ابتدا مسئله، تبیین و فرموله می‌شود و سپس در قسمت دوم مدل تصمیم‌گیری مناسب مبتنی بر امکان و احتمال در شرایط تعارض ارائه مـی‌شـود. در بخش سوم حل مدل ارایه می‌شود. در بخش چهارم چند مورد کاوی مرتبط با مدل ذکر شده است. در پایان نیز نتیجه‌گیری مقاله بیان می‌شود.

۱. تبیین مسئله

در تصمیم‌گیری در شرایط تعارض تعامل میان تصمیم‌گیر و رقبا باعث می‌شـود کـه تصمیم‌گیری افزون بر «اهداف تـصمیم‌گیـر» و «متغیرهـای تـصمیم‌گیـری» نـسبت بـه

---

[1] - Max-Min.

استراتژی‌های رقیب نیز حساس باشد و از آن تأثیر پذیرد. مدل ارائه شده در این مقاله به‌دنبال دست‌یابی به تصمیم مناسب در شرایط ذکر شده است. یک تصمیم‌گیر با رفتار عقلایی از طریق انتخاب یک استراتژی یا ترکیب استراتژی‌ها، هدف یا اهداف مشخصی را – در شرایطی که اهداف تصمیم‌گیر با اهداف رقیب در تعارض می‌باشد – دنبال می‌کند. اولین مرحله در این تصمیم‌گیری تعیین استراتژی‌هاست. به این صورت که تصمیم‌گیر ابتدا استراتژی‌های ممکن خود را برای هدف مورد نظر تعیین می‌کند. سپس استراتژی‌های ممکن (بالقوه) برای رقیب را برای همان هدف تعیین می‌نماید. تعیین استراتژی‌ها باید به همین شیوه برای تمامی اهداف انجام شود.

بعد از مرحله تعیین استراتژی‌ها، تصمیم‌گیر باید ارزش مورد انتظار انتخاب هریک از استراتژی‌های خود را به‌ازای هریک از استراتژی‌های رقیب معین کند. این مرحله نیز باید برای تمامی اهداف انجام شود.

در بازی‌های بدون مشارکت و تبادل اطلاعات بین رقبا، تصمیم‌گیر فقط می‌تواند شرایط، خواسته‌ها و امکانات رقیب یا رقبای خود را برآورد نماید. هر اندازه این برآورد به واقعیت نزدیک‌تر باشد، خروجی مدل که تصمیم پیشنهادی است مناسب‌تر و کاربردی‌تر خواهد بود.

برای این منظور در مدل ارائه شده، ارزش مورد انتظار برای هریک از درایه‌های ماتریس بازی به‌صورت بدبینانه، محتمل و خوشبینانه و با یک طیف هفت گزینه‌ای از تصمیم‌گیر سؤال می‌شود. مجموعه V این طیف را نمایش می‌دهد:

V={ خیلی خیلی زیاد، خیلی زیاد، زیاد، متوسط، کم، خیلی کم، خیلی خیلی کم }

در مدلهای موجود در ادبیات موضوع برآورد احتمال انتخاب استراتژی‌ها از سوی رقیب چندان مورد توجه قرار نگرفته است؛ بلکه تنها ارزش بازی‌ها به‌صورت احتمالی مد نظر قرار گرفته است. در مدل ارائه‌شده تصمیم‌گیر باید احتمال انتخاب هر استراتژی از سوی رقیب را با توجه به مطلوبیتهای وی تعیین و در مدل وارد کند. این عامل موجب لحاظ نمودن عوامل رفتاری رقیب در مدل می‌شود. برای این منظوردر تعیین کمیت از مدل لیکرت با یک طیف هفت گزینه‌ای استفاده می‌شود.

یکی دیگر از عواملی که در این مدل ارائه شده امکان اجرای استراتژی است که باید توسط تصمیم‌گیر تعیین شود. در مدل مقاله تلاش می‌شود تا یک الگوی ریاضی مبتنی بر نظریه بازی‌ها با در نظر گرفتن احتمال انتخاب استراتژی‌ها توسط رقیب و میزان امکان اجرا ارائه شود. این مدل به واقعیت موجود در تصمیم‌گیری در شرایط واقعی نزدیک‌تر می‌باشد.

۲. ارائه مدل تصمیم‌گیری در شرایط تعارض مبتنی بر احتمال و امکان

در بازی‌های همزمان هدف دستیابی به تعادل است. تعادلی که در بازی همزمان به‌دنبال آن هستیم «تعادل نش[۱]» می‌باشد. در این مدل، بازی دو نفره با مجموع صفر در نظر گرفته شده و برای به‌دست آوردن سود مورد انتظار و ارزش هریک از استراتژی‌ها نظر متخصصین در شرایط بدبینانه، محتمل و خوشبینانه گرفته شده است. در بازی‌های همزمان، تصمیم‌گیر برای پیش‌بینی سود (مطلوبیت نهایی) باید به دو نوع سؤال پاسخ دهد:

- در هریک از شرایط بدبینانه، محتمل و خوشبینانه چه میزان سود را با توجه به توانمندی‌های خود، شرایط حاکم بر بازی و توانمندی رقبا برای خود پیش‌بینی می‌کند؟
- در هر یک از حالتها چه میزان سود را با توجه به معیارهای ارزشی هر بازیکن، شرایط حاکم بر بازی و توانمندی رقبا برای هر یک از آنها پیش‌بینی می‌کند؟

نکته مهم این است که تصمیم‌گیر باید این پیش‌بینی را براساس مطلوبیتهای رقیب انجام دهد.

در این مدل به‌منظور افزایش دقت پیش‌بینی، احتمال انتخاب و امکان اجرای استراتژی‌ها نیز سؤال شده و در مدل دخالت داده می‌شود. به‌منظور افزایش دقت مدل پس از تعیین استراتژی‌های تصمیم‌گیر و رقبا، ارزش مورد انتظار هر بازی با یک

---

[1] - Avinash dixit & susan skeath , Games of strategy , w. Norton & company 1999 newyork. Page: 16-17-80.

طیف هفت گزینه‌ای و به‌صورت خوشبینانه، محتمل و بدبینانه از تصمیم‌گیر سؤال و در مدل وارد می‌شود.

در اینجا مروری گذرا بر برآورد زمان در «تکنیک پرت[۱]» خواهیم داشت. در این تکنیک برای برآورد زمان از افراد متخصص خواسته می‌شود زمان مورد انتظار اجرای هر فعالیت را در سه حالت خوشبینانه، محتمل و بدبینانه برآورد نمایند.

الف – برآورد زمان در حالت خوشبینانه[۲] : در این حالت زمان مورد انتظار اجرای هر فعالیت در نهایت خوشبینی و با فرض اینکه شرایط مساعد باشد پیش‌بینی می‌شود(a).

ب- برآورد زمان در حالت محتمل[۳] : در این حالت زمان مورد انتظار اجرای هر فعالیت در شرایط معمولی پیش‌بینی می‌شود و احتمال اینکه فعالیت در این زمان انجام شود خیلی بیشتر است(m).

ج – برآورد زمان در حالت بدبینانه[۴] : در این حالت زمان مورد انتظار اجرای هر فعالیت در نهایت بدبینی و با فرض اینکه شرایط نامساعد باشد پیش‌بینی می‌شود(b).

میانگین و واریانس برآورد زمانی با ترکیب زمانهای گفته به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$t_e = \frac{a+4m+b}{6} \qquad \sigma_{te}^2 = (\frac{b-a}{6})^2$$

از این شیوه، برای برآورد ارزش مورد انتظار استراتژی‌ها، امکان اجرای استراتژی‌ها و احتمال انتخاب استراتژی‌ها در مدل استفاده شده است. محاسبات مربوط به ارزش مورد انتظار، امکان و احتمال انجام بازی به‌صورت زیر است:

$$\text{ارزش مورد انتظار} = \frac{(\text{خوشبینانه}) + (\text{محتمل} \times ۴) + (\text{بد بینانه})}{۶} \qquad (۱)$$

جدول ۱ اطلاعات مربوط به یک سیستم بازی دو نفره را نشان می‌دهد. در این

---

[1] Program Evaluation & Review Technique.

[2] Optimistic Time Estimate.

[3] Most Likely Time Estimate.

[4] Pessimistic Time Estimate.

جدول Sai نشان‌دهنده استراتژی i ام تصمیم‌گیر و Sbj نشان‌دهنده استراتژی jام رقیب است.

جدول ۱: چارچوب ماتریس بازی دونفره همزمان

۱-۲. مراحل اجرای مدل

برای اتخاذ تصمیم در شرایط تعارض توسط نظریه بازی، اولین قدم تعیین استراتژی‌هاست. بدین صورت که تصمیم‌گیر باید ابتدا استراتژی‌های ممکن را برای خود و رقیب یا رقبا تعیین کند. پس از تعیین استراتژی‌ها باید ماتریس سود یا بهره‌وری که نشان‌دهنده ارزش مورد انتظار تصمیم‌گیر برای انجام هر یک از

استراتژی‌ها در مقابل بازی یا انتخاب استراتژی توسط رقیب می‌باشد، برآورد و تکمیل شود.

۱-۱-۲ . تعیین عناصر ماتریس بهره‌وری

در این مرحله تصمیم‌گیرابتدا با معلوم بودن استراتژی‌های بازی ماتریس بهره‌وری را تکمیل می‌نماید. در این مدل ماتریس بهره‌وری مورد انتظار با E نمایش داده می‌شود. برای دستیابی به دقت بیشتر، تصمیم‌گیر یا فرد متخصص باید ماتریس E را طبق نظر خود و به‌صورت خوشبینانه، محتمل و بدبینانه تکمیل نماید.

جدول ۲: ارزش مورد انتظار استراتژی‌های تصمیم‌گیر درمقابل استراتژی‌های رقیب

اگر در خانه (ij) ماتریس بهره‌وری جدول ۲ ، ارزش مورد انتظار حرکت در حالت خوشبینانه a_1؛ ارزش مورد انتظار حرکت درحالت محتمل a_2؛ ارزش مورد انتظار

حرکت درحالت بد بینانه a_3 که در آن $a_i \in V_e$ باشد، با در نظر گرفتن $V_e = \{\, v_{e1}, v_{e2}, \cdots, v_{en} \mid v_{ei} \in [0.1,10] \,\}$ برای درایه‌های ماتریس بهره‌وری ارزش مورد انتظار هر حرکت به‌صورت زیر است:

$$e''_{ij} = \frac{a_1 + 4a_2 + a_3}{6} \qquad (۲)$$

و به همین ترتیب با محاسبه تک‌تک عناصر، ماتریس بهره‌وری مقدماتی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$E'' = \begin{array}{c|cccc} & S_{b1} & S_{bj} & \ldots & S_{bm} \\ \hline S_{a1} & \mathrm{e}''_{11} & \mathrm{e}''_{12} & \ldots & \mathrm{e}''_{1\mathrm{j}} \\ S_{ai} & \mathrm{e}''_{21} & e''_{ij} & \ldots & \mathrm{e}''_{2\mathrm{j}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{am} & e''_{i1} & e''_{i2} & \ldots & e''_{mn} \end{array}$$

۲-۱-۲. تعیین احتمال انجام استراتژی‌ها

اغلب محققان روشهای متفاوت و جدیدی در گرفتن اطلاعات و محاسبه و حل ماتریس بهره‌وری ارائه نموده‌اند. از آنجا که افزون بر نتیجه حاصل از هریک از استراتژی‌هایی که بازیکنان برای دستیابی به حداکثر مطلوبیت یا به عبارتی برنده شدن در بازی انتخاب می‌کنند، تعیین احتمال انجام یک بازی یا انتخاب یک استراتژی براساس مطلوبیتها و شرایط بازیکن رقیب نیز از اهمیت زیادی برخوردار است. در این مقاله افزون بر ارائه روشی نو در خصوص تعیین ارزش مورد انتظار هر بازی به احتمال انتخاب و امکان اجرای استراتژی‌ها نیز پرداخته شده است.

برای این منظور از تصمیم‌گیر خواسته می‌شود که احتمال انتخاب هر حرکت بازیکن رقیب را در سه شرط مذکور و با طیف هفت گزینه‌ای V مطابق جدول ۳ بیان کند. اگر در خانه (ij) ماتریس جدول احتمال انتخاب هر حرکت درحالت خوشبینانه β_1؛ احتمال انتخاب هر حرکت در حالت محتمل β_2؛ احتمال انتخاب هر حرکت در حالت بدبینانه β_3 باشد که در آن $\beta_i \in V_p$ است، با در نظر گرفتن

$V_p = \{ v_{p1}, v_{p2}, \cdots, v_{pn} \mid v_{pi} \in (.1,1] \}$ احتمال انتخاب استراتژی j ام توسط رقیب برابراست با:

$$P_j = \frac{\beta_1 + 4\beta_2 + \beta_3}{6} \qquad (۳)$$

۳-۱-۲. تعیین امکان انجام استراتژی‌ها

افزون بر ارزش مورد انتظار و احتمال انتخاب استراتژی‌ها در بازی که مورد بحث قرار گرفت، امکان اجرایی بودن هر حرکت یا استراتژی از نظر تصمیم‌گیر یا رقیب نیز در اتخاذ تصمیم مناسب موثر است. زیرا شرایط و امکانات بر اجرای استراتژی‌ها تأثیرگذار است. در این مقاله امکان انجام استراتژی‌ها به‌منظور دستیابی به نتیجه مناسب‌تر به مدل بازی اضافه شده است.

عامل امکان اجرایی بودن هریک از استراتژی‌ها نیز در شرایط سه‌گانه مذکور و با طیف V برای خود و رقیب از تصمیم‌گیر سؤال و در مدل وارد می‌شود. امکان انجام استراتژی‌های رقیب نیز ممکن است تأثیر مثبت یا منفی بر ارزش بازی داشته باشد. در صورت تأثیر مثبت مقدار امکان F و در صورت تأثیر منفی مقدار $(1-F)$ در مقادیر عناصر ماتریس بهره‌وری تأثیر داده می‌شود.

جدول ۳: امکان اجرای استراتژی‌های تصمیم‌گیر و رقیب

اگر امکان اجرایی بودن هر حرکت در حالت خوشبینانه λ_1؛ امکان اجرایی بودن هر حرکت در حالت محتمل λ_2؛ امکان اجرایی بودن هر حرکت در حالت بدبینانه λ_3 که در آن $\lambda_i \in V_p$ باشد، امکان اجرای استراتژی i ام توسط تصمیم‌گیر یا j ام توسط رقیب برابراست با:

$$F_i^a \ or \ F_j^b = \frac{\lambda_1 + 4\lambda_2 + \lambda_3}{6} \qquad (٤)$$

۲-۲ . روابط موجود در مدل

برای تکمیل مدل می‌توان افزون بر ماتریس سود که تاکنون بحث شد، همچنین از این شیوه می‌توان برای تأثیر احتمال انتخاب و امکان اجرای استراتژی‌ها در تعیین عناصر ماتریس بهره‌وری نهایی نیز استفاده نمود. برای به‌دست آوردن ماتریس نهایی که محاسبات تعیین استراتژی یا ترکیب بهینه استراتژی‌ها روی آن انجام می‌شود به‌ترتیب زیر عمل می‌نماییم:

با توجه به اینکه مقادیر P و Fb در بازه [۱،۱۰] هستند، برای حفظ توزیع مناسب اثر توأم این کمیتها در مقادیر ماتریس بهره‌وری از میانگین هندسی این مقادیر به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$G \ = \sqrt{(P \ \circ\times \ F^b \ )} \qquad (۵)$$

بدین ترتیب ماتریس ارزش بهره‌وری مورد انتظار $E' = [e'_{ij}\ ]$ با استفاده از رابطه زیر به‌دست می آید:

$$E'_i \ = G \ \circ\times \ E''_i \qquad (٦)$$

در این روابط G بردار(سطری) ضرایب تعدیل ناشی از عملکرد رقیب در استراتژی‌های مختلف (اثر توأم احتمال انتخاب و امکان اجرای استراتژی‌ها توسط رقیب)،'E مقدار بهره‌وری تعدیل‌شده، "Ei نشان‌دهنده سطر iام ماتریس بهره‌وری مقدماتی، 'Ei نشان‌دهنده سطر iام ماتریس بهره‌وری تعدیل شده و علامت $\circ\times$ نشان‌دهنده ضرب عنصر به عنصر است. حال با داشتن اطلاعات مربوط به امکان اجرای استراتژی‌های تصمیم‌گیر به‌صورت بردار ستونی Fa و با استفاده از ضرب عنصر به عنصر، ماتریس بهره‌وری نهایی E = [eij] با استفاده از رابطه زیر

به‌دست می‌آید:

$$E_j = F^a \circ\times E_j^0 \qquad (۷)$$

که در آن 'Ej نشان‌دهنده ستون jام ماتریس بهره‌وری تعدیل‌شده و Ej نشان‌دهنده ستون jام ماتریس بهره‌وری نهایی است. برای حل این بازی می‌توان از روشهای مختلف موجود استفاده نمود. در این مقاله از یک مدل برنامه‌ریزی خطی استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که برای استفاده از روشهای مختلف حل بازی، مناسب‌تر است از ماتریس نهایی نرمال‌شده به‌صورت زیر استفاده نمود:

$$\hat{E} = [\hat{e}_{ij}] = \frac{E}{\overline{e} - \underline{e}} \qquad (۸)$$

که در آن $\overline{e}$ و $\underline{e}$ به‌ترتیب بزرگترین و کوچکترین عنصر ماتریس E هستند. موارد مذکور در بازی‌های همزمان برای بازی‌های با مجموع صفر است، امّا برای بازی‌های با مجموع غیر صفر نیز این روش قابل اجراست، با این تفاوت که برای هریک از بازیکنان باید ماتریس بهره‌وری جداگانه تکمیل شود.

۳. حل مدل

برای حل بازی همزمان با مجموع صفر از مدل خطی زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned}
\max_{x\in X}\min_{y\in Y} \mu(x,y) &= \max_{x\in X}\min_{y\in Y} \left(1 - \frac{\overline{e} - XEY}{\overline{e} - \underline{e}}\right) \\
&= \max_{x\in X}\min_{y\in Y} \left(1 - \frac{\overline{e}}{\overline{e} - \underline{e}} - \frac{XEY}{\overline{e} - \underline{e}}\right) \\
&= \max_{x\in X}\min_{y\in Y} \left(\sum\nolimits_{i=1}^{m}\sum\nolimits_{j=1}^{n} \hat{e}_{ij}\, x_i y_j + c\right) \\
&= \max_{x\in X}\min_{y\in Y} \left(\sum\nolimits_{i=1}^{m}\sum\nolimits_{j=1}^{n} \hat{e}_{ij}\, x_i y_j + \sum\nolimits_{j=1}^{n} y_j c\right) \\
&= \max_{x\in X}\min_{y\in Y} \sum\nolimits_{j=1}^{n} \left(\sum\nolimits_{i=1}^{m} \hat{e}_{ij}\, x_i + c\right) y_j \\
&= \max_{x\in X}\min_{j\in J} \left(\sum\nolimits_{i=1}^{m} \hat{e}_{ij} x_i + c\right)
\end{aligned}$$

که در آن X و Y به‌ترتیب بردارهای استراتژی‌های تصمیم‌گیر و رقیب و

$c = -\frac{\underline{a}}{\bar{a}-\underline{a}}$ است. بدین ترتیب مدل خطی بیشینه زیر به‌دست می‌آید(اصغرپور، ۱۳۸۲):

$$\begin{aligned} &\max imize\,\lambda \\ &subject\ to \sum_{j=1}^{n} e_{ij}\,x_j + c \ge \lambda\,, i = 1,...,m \\ &\qquad\qquad \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \\ &\qquad\qquad\ x_i \ge 0\,, i = 1,...,m \end{aligned} \qquad (۹)$$

پاسخهای به‌دست آمده از این برنامه‌ریزی خطی استراتژی یا ترکیب بهینه استراتژی‌ها را معین می‌کند که در آن xj نشان‌دهنده میزان انتخاب استراتژی jام برحسب درصد توسط تصمیم‌گیر است.

اگر بازی دارای چند هدف باشد، باید ماتریس سود و ارزش استراتژی‌ها برای هریک از اهداف تعریف و تکمیل شود. سپس برای حل از مدل خطی زیر که توسعه یافته مدل بالا (فرمول ۸) می‌باشد استفاده می‌شود. لازم به ذکراست این مدل فقط در مواردی کاربرد دارد که اهداف مورد نظر از یکدیگر مستقل باشند.

$$\begin{aligned} &\max imize\,\lambda \\ &subject\ to: \\ &\qquad \sum_{i=1}^{n} \hat{e}_{ij}^{k} + c^k \ge \lambda\,, i = 1,...,m\ ;\ k = 1,...,r \\ &\qquad \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \\ &\qquad\ x_i \ge 0\,, i = 1,...,m \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

که در آن $\hat{e}_{ij}^{k}$ عنصر (i,j)ام ماتریس نهایی نرمال شده هدف k ام « $\hat{E}^k$ » و $c^k = -\frac{\underline{e^k}}{\bar{e}^k - \underline{e^k}}$ است.

پاسخهای به‌دست آمده از این برنامه خطی، استراتژی یا ترکیب بهینه استراتژی‌های بازی چندهدفه را به‌دست می‌دهد. در صورتی که اهمیت اهداف تصمیم‌گیری یکسان

نباشند، می‌توان برحسب اهمیت، ضریب مورد نظر را در هریک از اهـداف بـه‌صـورت ضریب (وزن) ماتریس بهره‌وری نهایی مربوطه تأثیر داد و سـپس مـدل را بـه طریـق گفته شده حل کرد.

۴. مورد کاوی‌ها

در این بخش از مقاله چند مورد کاوی بررسی مـی‌شـود. در اولـین مـورد کـاوی یـک تصمیم‌گیری با سه استراتژی، یک هدف، دو بازیکن و با مجموع صـفر بـا اسـتفاده از مدل مقاله حل شده است. دومین مورد مربوط به یک مدل حل شـده از کتـاب Game of strategy است که در ابتدا نتیجه به‌دست آمده از حل مسئله با مدل ارائـه شـده بـا حل مسئله در کتاب مقایسه و در ادامـه امکـان و احتمـال بـه مـدل اضـافه و در آخـر حساسیت آن تحلیل می‌شود. در سومین مورد کاوی یک بازی همزمان سـه هدفـه بـا مجموع صفر و در نظر گرفتن احتمال انتخاب و امکـان اجـرای اسـتراتژی‌هـا بررسـی می‌شود.

۱-۴. مورد کاوی ۱

برای اجرای مدل ارائه شده یک بازی یک هدفـه دو نفـره بـا مجمـوع صـفر را در نظـر گرفته و آن را حل می‌کنیم. به‌عنوان مثـال یـک بـازی بـا سـه اسـتراتژی را مـی‌تـوان به‌صورت زیر نشان داد.

جدول ۴ : ماتریس سود مورد انتظار

با استفاده از فرمول ۲ ماتریس ارزش مورد انتظار اولیه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$E'' =$

Sb3	Sb2	Sb1	
۶/۵	۵/۵	۵/۲۵	Sa1
٤	۴/۵	۵	Sa2
٦	٤	۵/۷۵	Sa3

در این مرحله، احتمال انتخاب استراتژی‌ها و امکان اجرای استراتژی‌های رقیب طبق رویه گفته‌شده از تصمیم‌گیر سؤال می‌شود. جدول زیر نتیجه این پرسش را در مورد کاوی نشان می‌دهد.

جدول ۵ : بردارهای احتمال اجرا و امکان انتخاب استراتژی‌های رقیب

با استفاده از روابط ۳ و ٤ بردارهای P و Fb به‌صورت زیر خواهد بود :

P = (۰/۵ ، ۰/۲۵ ، ۰/۴۷۵)

F^b = (۰/۵ ، ۰/۵۵ ، ۰/۵)

در نتیجه بردار تأثیر توأم با استفاده از رابطه ۵ به‌صورت زیر خواهد بود:

G = (۰/۴۴۷ ، ۰/۳۷۱ ، ۰/۴۸۷)

ماتریس ارزش مورد انتظار تعدیل شده با استفاده از رابطه ٦ برابر است با:

$$E^0 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \textbf{Sb1} & \textbf{Sb2} & \textbf{Sb3} \\ \hline \textbf{Sa1} & 2.347871 & 2.039455 & 2.729102 \\ \hline \textbf{Sa2} & 2.236068 & 1.668645 & 1.949359 \\ \hline \textbf{Sa3} & 2.571478 & 1.48324 & 2.924038 \\ \hline \end{array}$$

سپس امکان اجرای است

راتژی‌های تصمیم‌گیر طبق رویهٔ گفته شده از وی سؤال می‌شود. نتیجه این پرسش برای مورد کاوی به‌صورت زیر است:

جدول ۶ : بردار امکان انتخاب استراتژی‌های تصمیم‌گیر

که با استفاده از رابطه ٤ بردارامکان تصمیم‌گیر به‌صورت زیر خواهد بود.

Fa = (۰/٦٥ ، ۰/۷ ، ۰/٥)

و بالاخره ماتریس ارزش مورد انتظار نهایی با استفاده از رابطه ۷ به‌صورت زیر

به‌دست می‌آید:

$E =$

	Sb1	Sb2	Sb3
Sa1	1.526116	1.325645	1.773917
Sa2	1.565248	1.168051	1.364551
Sa3	1.542887	.8899438	1.754423

با توجه به ماتریس ارزش مورد انتظارنهایی به‌دست آمده $\bar{e} =$ ۲/۰۵۹ و

$\underline{e} =$ ۰/۸۸۹ در نتیجه $c = -\frac{\underline{e}}{\bar{e} - \underline{e}} =$ ۰/۷۶۱ .

برای حل مدل با استفاده از برنامه خطی گفته شده ماتریس نهایی نرمال شده با استفاده از رابطه به‌صورت زیر به‌دست آمده است:

$\hat{E} =$

	Sb1	Sb2	Sb3
Sa1	۱/۳۰۵	۱/۱۳۴	۱/۷۶۱
Sa2	۱/۳۳۹	۰/۹۹۹	۱/۱۶۷
Sa3	۱/۳۱۹	۰/۷۶۱	۱/۵۰۱

و با استفاده از عناصر آن مدل خطی زیر را حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
&\max imize\ \lambda \\
&subject\ \ to \quad 1.305x_1 + 1.339x_2 + 1.319x_3 \text{ - } 0.761 \geq \lambda \\
&\qquad\qquad\quad 1.134x_1 + 0.999x_2 + 0.761x_3 \text{ - } 0.761 \geq \lambda \\
&\qquad\qquad\quad 1.761x_1 + 1.167x_2 + 1.501x_3 \text{ - } 0.761 \geq \lambda \\
&\qquad\qquad\quad x_1 + \ldots + x_m = 1 \\
&\qquad\qquad\quad x_i \geq 0, i = 1, \ldots, m
\end{aligned}$$

با حل این مدل خطی داریم:

```
VARIABLE        VALUE
  X1          1.000000
  X2          0.000000
  X3          0.000000
```

طبق نتایج به‌دست آمده از حل برنامه خطی بازیکن باید استراتژی یک را انتخاب کند.

۴-۲. مثال عددی

در مثال عددی حساسیت تحلیل می‌شود. با توجه به مباحث گفته شده مشخص است که انتخاب استراتژی مناسب یا ترکیب استراتژی‌های مناسب توسط تصمیم‌گیر (xj) به پارامترهای مدل وابسته است. برای مثال با تغییر امکان اجرای استراتژی تصمیم‌گیر، ترکیب استراتژی‌های انتخاب شده تغییر خواهد کرد و می‌توانند مقادیر مختلفی به خود بگیرد. برای مثال بازی دو نفره با مجموع صفر زیر را که به روش مذکور حل شده است در نظر می گیریم:

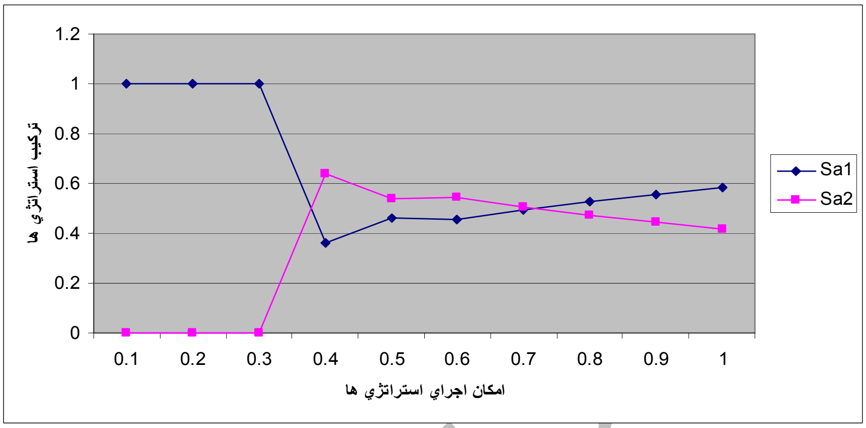
		Sb1	Sb2
	احتمال اجرا	1	1
	امکان اجرا	1	1
Sa1	1	30	80
Sa2	1	90	20

```
VARIABLE      VALUE
   X1        0.583333
   X2         0.416667
```

شکل زیر تغییر در ترکیب استراتژی‌ها را به ازای تغییر امکان اجرای استراتژی دوم تصمیم‌گیرکه با متغیر p مشخص شده است نشان می‌دهد.

		Sb1	Sb2
	احتمال اجرا	1	1
	امکان اجرا	1	1
Sa1	1	30	80
Sa2	P	90	20

نمودار ۱: ترکیب بهینه استراتژی‌ها به ازای تغییرات امکان اجرای استراتژی دوم تصمیم‌گیر



حال سؤال این است که تصمیم‌گیر درحالت کلی کدام منحنی را انتخاب کند؟ یک روش این است که در هر نقطه، آن استراتژی که ارزش بیشتری دارد انتخاب می‌شود. روش دیگر محاسبه مساحت محصور بین دو منحنی است. بدین ترتیب که در هر نقطه تفاضل دو منحنی محاسبه و استراتژی‌ای که در بازه [۰،۱ ۱] دارای تفاضل مثبت بیشتر است انتخاب می‌شود.

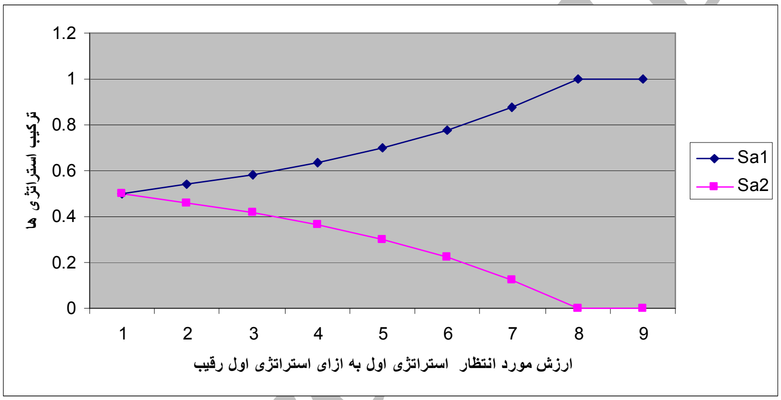
Sb2	Sb1		
.5	.5	احتمال اجرا	
1	1	امکان اجرا	
80	30	1	Sa1
20	90	1	Sa2

```
VARIABLE      VALUE
   X1         0.583333
   X2         0.416667
```

به‌منظور بررسی رفتار پارامترهای مدل و همچنین اجزا و عناصر افزوده شده در این مدل هریک از آنها به‌صورت پارامتری (پارامتر m) تحلیل حساسیت شده‌اند.

		Sb1	Sb2
	احتمال اجرا	.5	.5
	امکان اجرا	1	1
Sa1	1	m	80
Sa2	1	90	20

نمودار ۲: ترکیب بهینه استراتژی‌های تصمیم‌گیر به ازای تغییرات ارزش مورد انتظار انتخاب (استراتژی اول به ازای استراتژی اول رقیب)



در این مثال، اگر ارزش مورد انتظار استراتژی اول تصمیم‌گیر در مقابل استراتژی اول رقیب را به‌صورت پارامتری در بازه [۱۰- ۰) در نظر بگیریم، ترکیب بهینه استراتژی‌های تصمیم‌گیر در نمودار ۲ نشان داده شده است. یعنی اگر m=0 باشد، Sa1 =۰/۴۶۶۶۶۷ و Sa2= ۰/۵۳۳۳۳۳ اگر m=۱ باشد، Sa1= ۰/۵ و Sa2= ۰/۵ و اگر m = ۹ باشد Sa1=1 و Sa2= 0 خواهد بود. برای سایر نقاط نیز به‌همین ترتیب محاسبه می‌شود. این تحلیل به تصمیم‌گیر کمک می‌کند تا بتواند نخست: در صورت غییر پارامتر تأثیر تغییرات را بر حل مدل بررسی و تصمیم مناسب را اتخاذ نماید.

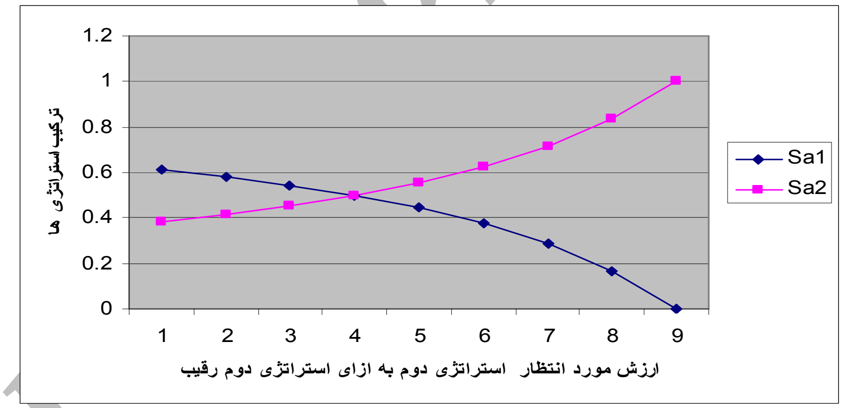
دوم: در شرایط متغیر و غیر قابل پیش‌بینی تعیین کند که انتخاب هریک از استراتژی‌ها با چه احتمالی در تمامی طیف موفقیت‌آمیز است. برای این منظور تفاضل نقطه‌ای برای دو منحنی محاسبه می‌شود. منحنی‌ای که مجموع تفاضلات آن مثبت

است با قابلیت اطمینان بیشتری انتخاب خواهد شد.

همچنین اگر ارزش مورد انتظار استراتژی دوم تصمیم‌گیر را درمقابل استراتژی دوم رقیب در نظر بگیریم، ترکیب بهینه استراتژی‌های تصمیم‌گیر مطابق نمودار ۳ خواهد بود. یعنی اگر $m=0$ باشد، $Sa1=0.64$ و $Sa2= 0.64$؛ اگر $m=٤$ باشد، $Sa1=0.5$ و $Sa2= 0.5$ و اگر $m = ۹$ باشد $Sa1= 0$ و $Sa2= 1$ و برای سایر نقاط نیز به ترتیبی که در نمودار ۳ نمایش داده شده است خواهد بود.

Sb2	Sb1		
.5	.5	احتمال اجرا	
1	1	امکان اجرا	
80	30	1	Sa1
m	90	1	Sa2

نمودار ۳: ترکیب بهینه استراتژی‌های تصمیم‌گیر به‌ازای تغییرات ارزش مورد انتظار انتخاب (استراتژی دوم)



۳-۴. مورد کاوی ۳

در این مورد کاوی به‌منظور تکمیل مباحث بازی همزمان سه‌هدفه با مجموع صفر بررسی شده است. برای این منظور از تصمیم‌گیر خواسته می‌شود که جداول ذکر شده در مورد کاوی‌های قبل را برای هریک از اهداف به‌طور جداگانه تکمیل کند. نتایج این مورد کاوی در جداول زیر آمده است.

جدول ۷: اطلاعات گرفته شده ازتصمیم‌گیربرای هدف اول بازی همزمان سه هدفه

استراتژی ۳	استراتژی ۲	استراتژی ۱		هدف ۱
۰/۵۵ ۰/۷ ۰/۸۵	۰/۷ ۰/۸۵ ۱	۰/۲۵ ۰/۵۵ ۱	احتمال انتخاب	
۰/۲۵ ۰/۵۵ ۰/۷	۰/۴ ۰/۵۵ ۰/۷	۰/۲۵ ۰/۴ ۰/۸۵	امکان اجرا	
۲/۵ ۷ ۸/۵	۱ ۴ ۵/۵	۲/۵ ۷ ۸/۵	۰/۴ ۰/۴ ۰/۵۵	**استراتژی ۱**
۲/۵ ۲/۵ ۴	۲/۵ ۵/۵ ۷	۵/۵ ۸/۵ ۸/۵	۰/۷ ۰/۸۵ ۱	**استراتژی ۲**
۴ ۵/۵ ۸/۵	۵/۵ ۷ ۱۰	۴ ۴ ۴	۰/۲۵ ۰/۷ ۰/۷	**استراتژی ۳**

جدول ۸: اطلاعات گرفته شده ازتصمیم‌گیربرای هدف دوم بازی همزمان سه هدفه

استراتژی ۳	استراتژی ۲	استراتژی ۱		هدف ۲
۰/۷ ۰/۸۵ ۱	۰/۷ ۰/۸۵ ۱	۰/۲۵ ۰/۵۵ ۱	احتمال انتخاب	
۰/۲۵ ۰/۵۵ ۰/۷	۰/۲۵ ۰/۴ ۰/۷	۰/۲۵ ۰/۴ ۰/۸۵	امکان اجرا	
۲/۵ ۷ ۸/۵	۱ ۴ ۵/۵	۵/۵ ۸/۵ ۱۰	۰/۷ ۰/۸۵ ۱	**استراتژی ۱**
۲/۵ ۲/۵ ۴	۲/۵ ۵/۵ ۷	۵/۵ ۸/۵ ۸/۵	۰/۷ ۰/۸۵ ۱	**استراتژی ۲**
۸/۵ ۸/۵ ۱۰	۵/۵ ۷ ۱۰	۴ ۴ ۴	۰/۲۵ ۰/۷ ۰/۷	**استراتژی ۳**

جدول ۹: اطلاعات گرفته شده از تصمیم‌گیربرای هدف سوم بازی همزمان سه‌هدفه

استراتژی ۳	استراتژی ۲	استراتژی ۱		هدف ۳
۰/۵۵ ۰/۷ ۰/۸۵	۰/۷ ۰/۸۵ ۱	۰/۲۵ ۰/۵۵ ۱	احتمال انتخاب	
۰/۲۵ ۰/۵۵ ۰/۷	۰/۴ ۰/۵۵ ۰/۷	۰/۲۵ ۰/۴ ۰/۸۵	امکان اجرا	
۲/۵ ۷ ۸/۵	۱ ۴ ۵/۵	۲/۵ ۷ ۸/۵	۰/۲۵ ۰/۴ ۰/۴	**استراتژی ۱**
۲/۵ ۲/۵ ۴	۲/۵ ۵/۵ ۷	۵/۵ ۸/۵ ۸/۵	۰/۴ ۰/۷ ۰/۸۵	**استراتژی ۲**
۴ ۵/۵ ۸/۵	۵/۵ ۷ ۸/۵	۲/۵ ۴ ۵/۵	۰/۵۵ ۰/۷ ۰/۸۵	**استراتژی ۳**

پس از تکمیل جداول مربوط به ارزش مورد انتظار هر بازی و جداول مربوط به احتمال انتخاب وامکان اجرای استراتژی‌ها محاسبات لازم با استفاده از فرمولهای ۵،۴، ۶، ۷ و۸ انجام و در نهایت با استفاده از مدل برنامه خطی (۱۰)، ترکیب بهینه استراتژی‌ها طبق محاسبات زیر تعیین می‌شود.

$$
\begin{aligned}
&\max\mathit{imize}\lambda\\
&\mathit{subject\ to}:\\
&\quad 0.600334\,x1+1.4777471x2+0.5432893x3-\ 0.4777471\geq \lambda\\
&\quad 0.4777471x1+1.3376919\,x2+1.3583006x3-\ 0.4777471\geq \lambda\\
&\quad 0.7326753x1+0.6199560x2+0.9531409x3-\ 0.4777471\geq \lambda\\
&\quad 1.4217355x1+1.3786526x2+0.5068575x3-\ 0.5068575\geq \lambda\\
&\quad 0.7821768\,x1+\ 1.095047x2+1.1119x3-\ 0.50685757\geq \lambda\\
&\quad 1.5068575x1+0.6375166x2+1.4915162x3-\ 0.5068575\geq \lambda\\
&\quad 0.50578x1+1.12050x2+0.581x3-\ 0.4025044\geq \lambda\\
&\quad 0.4025044x1+1.014311x2+1.4025044x3-0.4025044\geq \lambda\\
&\quad 0.6172828x1+0.4700845x2+1.0193080x3-\ 0.4025044\ \geq \lambda\\
&\quad x1+x2+x3=1
\end{aligned}
$$

با حل این مدل نتایج زیر حاصل شده است:

$$X1 = 0.070019$$
$$X2 = 0.328552$$
$$X3 = 0.601429$$

به‌منظور تحقق هر سه هدف مورد نظر به‌طور همزمان این ترکیب استراتژی‌ها بهینه می‌باشد.

۵. نتیجه‌گیری

انتخاب استراتژی مناسب یا ترکیب مناسب استراتژی‌ها در شرایط تعارض که مدیران وتصمیم‌گیران همواره با آن مواجه هستند، به‌عنوان یک موضوع مهم و اساسی برای متخصصان مطرح می‌باشد.

در این مقاله یک مدل ریاضی مبتنی بر احتمال و امکان برای انتخاب استراتژی بهینه یا ترکیب بهینه استراتژی‌ها در شرایط تعارض ارائه شده است. این مدل براساس ارزش مورد انتظار تصمیم‌گیر در شرایط بدبینانه، محتمل و خوشبینانه، احتمال انتخاب استراتژی توسط رقیب و امکان اجرای استراتژی توسط تصمیم‌گیر و رقیب وی با اهداف چندگانه ارائه شده است.

این مدل در تصمیم‌گیری‌هایی که در شرایط تعارض و بدون تبادل اطلاعات بین رقبا و با اهداف چندگانه در مواردی که سود تصمیم‌گیر با زیان رقیب برابر است، قابل استفاده بوده و به سایر انواع بازی‌های موجود قابل توسعه است. وجوه تمایز قابل ذکر این مدل عبارتند از:

الف. تعیین ارزش مورد انتظار هر استراتژی در شرایط متفاوت؛ ب. در نظر گرفتن امکان انجام استراتژی‌های تصمیم‌گیر و رقیب؛ ج. در نظر گرفتن احتمال انتخاب استراتژی‌های رقیب؛ د. چندهدفه بودن با امکان تعیین اهمیت هریک از اهداف. هریک از این ویژگی‌ها و همین‌طور مجموع آنها موجب تطبیق بیشتر مدل با شرایط واقعی و افزایش دقت آن می‌شود.

منابع و مآخذ:

۱. آریانژاد، میربهادر قلی(۱۳۸۰)، «تحقیق در عملیات پیشرفته»، انتشارات میر، تهران.

۲. اصغرپور، محمد جواد(۱۳۸۲)، «تصمیم‌گیری گروهی و نظریه بازی‌ها»، انتشارات دانشگاه تهران.

۳. اصغرپور، محمد جواد(۱۳۶۴)، *کاربردهای برنامه‌ریزی خطی*، انتشارات دانشگاه تهران.

4. Banerjee ,A. (2003), "Analysis of political conspiracy games: A case study", In *Proc. IEEE International Conf. Fuzzy Syst*, pp: 1043-1048.

5. Corbato, F. (Nov. 2004), *Deconstructing I/O automata,* In *Proceedings of the Symposium on Game-Theoretic, Ambimorphic Algorithms*

6. dixit ,Avinash & skeath,susan (1999), *Games of strategy*, ww Norton & company , newyork.

7. Feigenbaum, E., and Hennessy, J. (Nov. 2003), *Decoupling interrupts from linked lists in the UNIVAC computer.* In *Proceedings of the WWW Conference.*

8. Hargreaves Heap, Shaun P.(1995), *Game Theory A critical introduction*, Rutledge.

9. J. Buckley, James (2002), *Fuzzy mathematics in economics & engineering*, physica- Verlag , Germany.

10. Jones, G. N., and Gupta, F. (May 2001), "Enabling operating systems and the producer-consumer problem", *Journal of Semantic, Interactive Configurations 48*, 158-197.

11. J. Ross,Timothy (1997), *Fuzzy logic with engineering application*, McGraw-HILL, Singapore.

12. Kandel ,A , Zhang ,Y. (1998), "Fuzzy moves", *Fuzzy Sets Syst*, Vol: 99, pp: 159-177.

13. M. Sakawa, I. Nishizaki (1994), "A lexicographical concept in an person cooperative fuzzy game", *Fuzzy Sets and Systems*, 61, PP: 265-275.

14. Nishizaki,I. and Sakawa, m. (2001), *Fuzzy and Multiobjective Games for Conflict Resolution*, Physica-Verlag, Heidelberg.

15. Pierre Allan (1994), *Game Theory & international relations*, Edward Elgar Publishing Company.

16. Rivest, R., Ito, J. , and Smith, E. (Sept. 2004), "Deconstructing the lookaside buffer with bid". *Journal of Omniscient, Robust Modalities 85*, 20-24.
17. Schmidt, Christian (2002), *Game Theory & Economic Analysis*.
18. Varoufakis, Yanis (1995), *Game Theory A critical concepts in the social science*, volume 1, Rutledge
19. Varoufakis Yanis, (1995), *Game Theory A critical concepts in the social science*, volume 2, Rutledge.
20. Varoufakis Yanis (1995), *Game Theory A critical concepts in the social science*, volume 4, Rutledge.
21. Zilter, eckart ; Corne david (1993), *Evolutionary Multi – criterion Optimization*, Springer.
22. Zimmerman, H. J. (1991), *Fuzzy sets theory and it's applications*, Kumar Academic publishers.